EXERCICE 1 :

1.

Affirmation 1 : VRAIE

Calcul de la limite en $+\infty$: on voit direct qu'en $-\infty$ la limite n'est pas 0.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 5xe^{-x} = \lim_{x\to+\infty} 5\frac{x}{e^x} = 0 \;(\,croissance\ comparées)$$

Donc $\mathcal{C}_f$ admet une Asymptote horizontale en $+\infty$ d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses)

Affirmation 2 : VRAIE

f est dérivable sur $\mathbb{R}$:

$f = u \times v\ avec\ \ u(x) = 5x\ \ \ u'(x) = 5$

$v(x) = e^{-x}\ \ v'(x) = -e^{-x}$

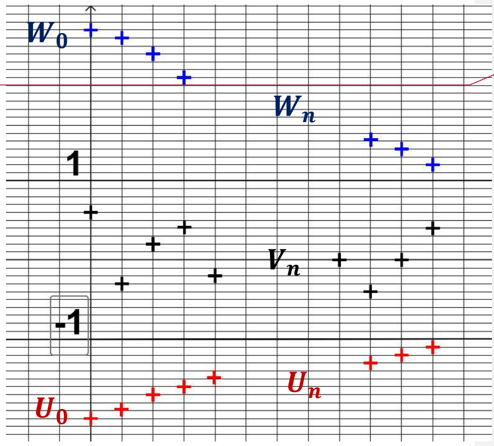
$f'(x) = 5e^{-x} - 5xe^{-x}$

f est solution de (E) si et seulement si : $f'(x) + f(x) = 5e^{-x}$

$f'(x) + f(x) = 5e^{-x} - 5xe^{-x} + 5xe^{-x} = 5e^{-x}$

Donc f est solution de (E).

2. On peut représenter la situation:



Affirmation 3 : FAUSSE

Contre-exemple : $V_n = cosn$

On a bien $-1 \leq V_n \leq 1\ et$

$V_n\ est\ divergente\ car\ n'admet\ pas\ de\ limite.$

Affirmation 4 : VRAIE

$U_n\ croissante\ \ donc\ \forall n \in \mathbb{N}\ U_n \geq U_0$

de plus $V_n \geq U_n$ donc $V_n \geq U_n \geq U_0$

$W_n\ décroissante\ donc\ \forall n \in \mathbb{N}\ W_n \leq W_0$

de plus $V_n \leq W_n$ donc $V_n \leq W_n \leq W_0$

On a bien : $U_0 \leq V_n \leq W_0$

Commenté [KG1]: QCM

Commenté [KG2]: Il ne peut y avoir asymptote horizontale qu'en $+\infty\ ou\ en - \infty$
En $-\infty\ on\ a$ « $5 \times -\infty \times e^{+\infty}$ »
" $= -\infty \times +\infty = -\infty$"

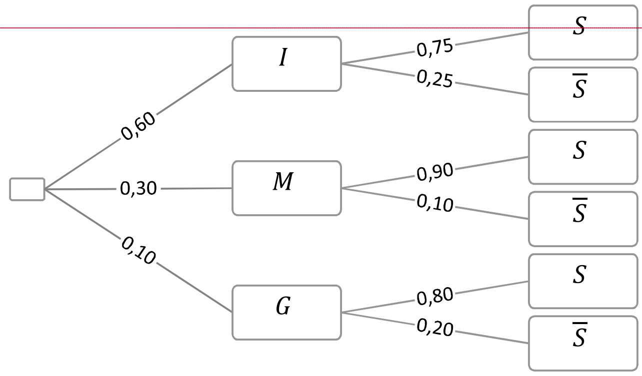
Commenté [KG3]: (E) : $y' + y = 5e^{-x}$
$y\ représente\ une\ fonction\ de\ x$

Commenté [KG4]: Un contre-exemple suffit à démontrer qu'une affirmation est fausse

EXERCICE 2 :

Commenté [KG5]: PROBABILITES

1.



2. $p(I \cap S) = p(I) \times p_I(S) = 0{,}60 \times 0{,}75 = 0{,}45$

$$\boldsymbol{p(I \cap S) = 0,4}$$

Commenté [KG6]: La probabilité du chemin $I \cap S$ est le produit des probabilités des branches parcourues

3. D'après la formule des probabilités totales :

Commenté [KG7]: Il y a trois chemins qui mènent à S

$p(S) = p(I \cap S) + p(I \cap M) + p(I \cap G)$

$= p(I) \times p_I(S) + p(M) \times p_M(S) + p(G) \times p_G(S)$

$= 0{,}45 + 0{,}30 \times 0{,}90 + 0{,}10 \times 0{,}80$

$= 0{,}45 + 0{,}27 + 0{,}08 = 0{,}80$

$$\boldsymbol{p(S) = 0,80}$$

4.

$$p_S(I) = \frac{p(I \cap S)}{p(S)} = \frac{0{,}45}{0{,}8} = 0{,}5625$$

$$\boldsymbol{p_S(I) = 0,5625}$$

Commenté [KG8]: Formule de la probabilité conditionnelle

5.

a.

Epreuve de Bernoulli : Un client achète un téléviseur :

Succès : « Le client est satisfait » : $\boldsymbol{p = 0,8}$

Schéma de Bernoulli : On répète l'épreuve de Bernoulli 30 fois de façon identique et indépendante : $\boldsymbol{n = 30}$

Variable aléatoire : X : nombre de clients satisfaits parmi les 30clients étudiés.

$$\boldsymbol{X \text{ suit } \mathcal{B}(30\,;0,8)}$$

Commenté [KG9]: La loi binomiale est définie par 2 paramètres :
n : *le nombre de répétitions*
p : *la probabilité du succès*

b. $\boldsymbol{p(X \geq 25) = 0,42}$

Commenté [KG10]: On utilise la calculatrice : $p(X \geq 25) = 1 - p(X \leq 24) = 1 - Bcd(24{,}30{,}0{,}8)$

6. On ne connait pas la taille de l'échantillon : $X\ suit\ \mathcal{B}(n\,;0{,}8)$

$$p(non\ satisfaits \geq 1) > 0{,}99$$

$$1 - p(aucun\ non\ satisfait) > 0{,}99$$

$$1 - p(tous\ satisfaits) > 0{,}99$$

$$1 - p(X = n) > 0{,}99$$

$$1 - \binom{n}{n} \times 0{,}2^0 \times 0{,}8^n > 0{,}99$$

$$1 - 0{,}8^n > 0{,}99$$

$$-0{,}8^n > -0{,}01$$

$$0{,}8^n < 0{,}01$$

$$n \times \ln(0{,}8) < \ln(0{,}01)$$

$$n > \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}8)}$$

$$n > 20{,}6$$

A partir de 21 clients interrogés, il y a 99% de chance qu'il y en ait au moins un qui ne soit pas satisfait du service clientèle.

7.

a. $T = T_1 + T_2$
$et\ T_1\ et\ T_2\ sont\ indépendantes$

$$donc\ E(T) = E(T_1 + T_2) = E(T_1) + E(T_2) = 4 + 3 = 7$$

$$et\ V(T) = V(T_1 + T_2) = V(T_1) + V(T_2) = 2 + 1 = 3$$

$$\boldsymbol{E(T) = 7\ et\ V(T) = 3}$$

b. On cherche :

$$p(5 \leq T \leq 9) = p(5 - 7 \leq T - E(T) \leq 9 - 7) = p(-2 \leq T - E(T) \leq 2)$$
$$= p(|T - E(T)| \leq 2) = 1 - p(|T - E(T)| \geq 3)$$

Or d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev : $p(|T - E(T)| \geq \alpha) \leq \frac{V(T)}{\alpha^2}$

$$p(|T - E(T)| \geq 3) \leq \frac{3}{9}$$

$$-p(|T - E(T)| \geq 3) \geq -\frac{1}{3}$$

$$1 - p(|T - E(T)| \geq 3) \geq 1 - \frac{1}{3}$$

$$\textbf{Donc } \boldsymbol{p(5 \leq T \leq 9) \geq \frac{2}{3}}$$

La probabilité de recevoir son téléviseur entre 5 et 9 jours après avoir passé sa commande est supérieure à 2/3

Commenté [KG11]: Formule de calcul avec la loi binomiale

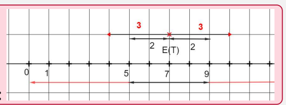
Commenté [KG12]: $\binom{n}{n} = 1\ et\ 0{,}2^0 = 1$

Commenté [KG13]: On applique le ln et la formule $lna^n = n \times lna$

Commenté [KG14]: On divise par $ln0{,}8 < 0$

Commenté [KG15]: Propriétés sur les variables aléatoires indépendantes

Commenté [KG16]:



Commenté [KG17]: On remplace $\alpha\ par\ 3$

EXERCICE 3 :

Commenté [KG18]: ESPACE

1.

a. $\overrightarrow{n_1}$ $normal$ à (CAD) si $\overrightarrow{n_1}$ $orthogonal$ à 2 $vecteurs\ du\ plan$: $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$

Commenté [KG19]: Un vecteur est normal à un plan s'il est orthogonal à 2 vecteurs non colinéaires du plan.

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0-5\\0-5\\10-0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-5\\10\end{pmatrix} \; \overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AC} = 1\times(-5) - 1\times(-5) + 10\times 0 = 0$$

Donc $\overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0-5\\0-5\\-5/2-0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-5\\-5\\-5/2\end{pmatrix} \; \overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AD} = -5+5-0=0$$

Donc $\overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{AD}$

Donc $\boldsymbol{\overrightarrow{n_1}}$ $\boldsymbol{est\ un\ vecteur\ normal\ de}$ $(\boldsymbol{ACD})$

b. (ACD): $ax+by+cz+d=0$ $avec$ $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ $vecteur\ normal$

Commenté [KG20]: Les coordonnées du vecteur normal donnent les valeurs de a, b, et c

Donc : (ACD) : $1x - 1y + 0z + d = 0$ et $A \in (ACD)$

Donc : $1\times 5 - 1\times 5 + d = 0 \quad d = 0$

Commenté [KG21]: On remplace x, y et z par les coordonnées de A pour calculer d

Donc $(\boldsymbol{ACD})$: $\boldsymbol{x - y = 0}$

2.

a. H $appartient-il$ à (ACD) ? : $x - y = \frac{5}{2} - \frac{5}{2} = 0$ $Donc$ $H \in (ACD)$

Commenté [KG22]: Un point appartient à un plan (une droite) si ses coordonnées vérifient l'équation du plan (de la droite).

H $appartient-il$ à $\mathcal{D}$?: $\begin{cases}\frac{5}{2} = \frac{5}{2}t\\ \frac{5}{2} = 5 - \frac{5}{2}t\\ 0 = 0\end{cases}$ $\quad on\ a\ t = 1\ est\ le\ paramètre\ de\ H$

Donc H appartient à la fois à la droite et au plan.

Le plan et la droite étant sécants ils admettent un unique point d'intersection et c'est le point H

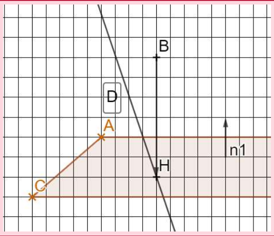
b. Si H est le projeté orthogonal de B sur (ACD) alors $\overrightarrow{BH} \perp (ACD)$

$$\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}-0\\ \frac{5}{2}-5\\ 0-0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}5/2\\ -5/2\\ 0\end{pmatrix} \overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix} \quad \text{donc } \overrightarrow{BH} = \frac{5}{2}\overrightarrow{n_1}$$

$$\overrightarrow{BH} \; et \; \overrightarrow{n_1} \; sont \; colinéaires \; donc \; \overrightarrow{BH} \perp (ACD) \; et \; H \in (ACD)$$

Donc H est le projeté orthogonal de B sur (ACD)

Commenté [KG23]:



3.

a. $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\ \frac{-5}{2}\\ 0\end{pmatrix} \; et \; \overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-\frac{5}{2}\\ -\frac{5}{2}\\ 0\end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AH} = \frac{5}{2}\times\frac{-5}{2} - \frac{5}{2}\times\frac{-5}{2} + 0\times 10 = -\frac{25}{4} + \frac{25}{4} = 0$$

Donc $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AH}$ donc le triangle ABH est rectangle en H

b. $BH = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 0^2} = 5\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$AH = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 0^2} = 5\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\mathcal{A}(ABH) = \frac{AH\times BH}{2} = \frac{\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\frac{25}{2}}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{A}(ABH) = \frac{25}{4} \; unités \; d'aire}$$

4.

a. $\overrightarrow{CO}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -10\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\ \frac{-5}{2}\\ 0\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{CO}\cdot\overrightarrow{BH} = 0 \; donc \quad \overrightarrow{CO} \perp \overrightarrow{BH}$

$\overrightarrow{CO}\begin{pmatrix}0\\ 0\\ -10\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-\frac{5}{2}\\ -\frac{5}{2}\\ 0\end{pmatrix} \overrightarrow{CO}\cdot\overrightarrow{AH} = 0 \; donc \quad \overrightarrow{CO} \perp \overrightarrow{AH}$

Donc $\overrightarrow{CO} \perp (ABH)$

$$\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}5\\5\\0\end{pmatrix}\ \overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}0\\5\\0\end{pmatrix}\ \overrightarrow{OH}\begin{pmatrix}\frac{5}{2}\\\frac{5}{2}\\0\end{pmatrix}\ \overrightarrow{OA}-\frac{5}{2}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OH}$$

Donc O, A, B, H sont coplanaires

$\overrightarrow{CO}\ \perp (ABH)\ et\ 0 \in (ABH)$ donc

(CO) est la hauteur du tétraèdre ABCH issue de C

Commenté [KG24]: Pour que (CO) soit la hauteur elle doit être perpendiculaire à la face opposée et le point O doit appartenir à cette face.

b. $\mathcal{V}(ABCH)=\frac{\mathcal{A}(ABH)\times CO}{3}=\frac{\frac{25}{4}\times 10}{3}=\frac{125}{6}$

$$\boldsymbol{\mathcal{V}(ABCH)=\frac{125}{6}\ unités\ de\ volume}$$

5.

$\mathcal{V}(ABCH)=\frac{\mathcal{A}(ABC)\times h}{3}$

Commenté [KG25]: Dans la formule du volume on peut prendre n'importe quelle face comme base, cela détermine alors la hauteur correspondante.

avec h est la mesure de la hauteur du tétraèdre issue de H

$$h=\frac{3\times\mathcal{V}(ABCH)}{\mathcal{A}(ABC)}=\frac{3\times\frac{125}{6}}{\frac{AB\times AC}{2}}$$

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-5\\-5\\10\end{pmatrix}\ AC=\sqrt{25+25+100}=5\sqrt{6}$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\0\\0\end{pmatrix}\ AB=5$$

$$h=\frac{3\times\frac{125}{6}}{\frac{5\times 5\sqrt{6}}{2}}=\frac{5\sqrt{6}}{6}$$

$$\boldsymbol{h=\frac{5\sqrt{6}}{6}\ unités\ de\ longueur}$$

EXERCICE 4 :

Commenté [KG26]: LES FONCTIONS

Partie A : étude de f : $f(x) = x - 2 + \frac{1}{2}lnx$ $\quad \mathcal{D}_f =]0\,;\,+\infty[$

1.
   a. Limite de f en 0 :

$$\lim_{x\to 0} x - 2 + \frac{1}{2}lnx$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 0} x - 2 = -2 \\ \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{2}lnx = -\infty\end{array}\right\} \text{par somme } \lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$$

$$\boldsymbol{\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty}$$

Limite de f en $+\infty$:

$$\lim_{x\to +\infty} x - 2 + \frac{1}{2}lnx$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to +\infty} x - 2 = +\infty \\ \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{1}{2}lnx = +\infty\end{array}\right\} \text{par somme } \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\boldsymbol{\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty}$$

   b. f *est dérivable sur* $]0\,;\,+\infty[$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{2x} = \frac{2x+1}{2x}$$

$$\boldsymbol{f'(x) = \frac{2x+1}{2x}}$$

   c. Etude du signe de la dérivée :

Commenté [KG27]: *Pour* $x > 0$ *on a* $2x > 0$ *et* $2x + 1 > 1 > 0$

$$f'(x) = \frac{2x+1}{2x} > 0 \ sur\ ]0\,;\,+\infty[$$

Tableau de variation

Commenté [KG28]: Un tableau de variation possède 3 lignes :
x : *valeur de* x
$f'(x)$: *signe de la dérivée*
f : *variations de* f
On étudie donc le signe de la dérivée avant !

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
f	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

d. $f' est\ dérivable\ sur\ ]0\ ;\ +\infty[$

$$f' = \frac{u}{v}\ avec\ \begin{cases} u(x) = 2x+1 & u'(x) = 2 \\ v(x) = 2x & v'(x) = 2 \end{cases}$$

$$f''(x) = \frac{2 \times 2x - 2 \times (2x+1)}{(2x)^2} = \frac{4x - 4x - 2}{4x^2} = \frac{-2}{4x^2} < 0$$

Donc f est concave sur $]0\ ;\ +\infty[$

Commenté [KG29]: L'étude de la convexité se fait par l'étude du signe de la dérivée seconde : f''

Commenté [KG30]: On écrit toujours le plus simple en premier :
$2 \times (2x+1)\ et\ non\ (2x+1) \times 2$
Cela évite les erreurs de signes quand on développe !

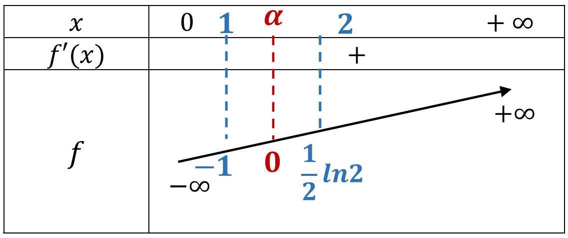
2.

a. <u>En complétant le tableau de variation :</u>

Commenté [KG31]: Pour l'utilisation du théorème des valeurs intermédiaires, il est plus simple de visualiser la situation sur le tableau de variations.

$$f(1) = 1 - 2 + \frac{1}{2}ln1 = -1 < 0$$

$$f(2) = 2 - 2 + \frac{1}{2}ln2 = \frac{1}{2}ln2\ > 0$$



$$Sur\ [1\ ;2]\ f\ est\ :$$

$$continue$$

$$strictement\ croissante$$

$$et\ 0 \in \left[-1\ ;\frac{1}{2}ln2\right]$$

Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires et son corollaire il existe une unique α solution de l'équation $f(x) = 0\ sur\ [1\ ;2]$

b. <u>D'après le tableau de variation :</u>

x	0	α	$+\infty$
f	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\Vert$ $-$	0	$+$

c. $\alpha \text{ solution de } f(x) = 0 \text{ donc}$

$$\alpha - 2 + \frac{1}{2} ln\alpha = 0$$

Commenté [KG32]: On remplace $x \text{ par } \alpha \text{ dans l'équation } f(x) = 0$

$$\frac{1}{2} ln\alpha = 2 - \alpha$$

$$\boldsymbol{ln\alpha = 2(2 - \alpha)}$$

Partie B : étude de g : $g(x) = -\frac{7}{8}x^2 + x - \frac{1}{4}x^2 lnx \quad \mathcal{D}_g =]0\,;\,1]$

1.

$$u(x) = x^2 \quad u'(x) = 2x$$

$$v(x) = lnx \quad v'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g'(x) = -\frac{7}{8} \times 2x + 1 - \frac{1}{4} \times \left(2xlnx + x^2 \times \frac{1}{x}\right)$$

$$= -\frac{7}{4}x + 1 - \frac{1}{2}xlnx - \frac{1}{4}x$$

$$= -2x + 1 - \frac{1}{2}xlnx$$

Or $$xf\left(\frac{1}{x}\right) = x\left(\frac{1}{x} - 2 + \frac{1}{2} ln\frac{1}{x}\right)$$

Commenté [KG33]: On remplace $x \text{ par } \frac{1}{x} \text{ dans } f(x)$

$$= 1 - 2x + \frac{1}{2}x \times (-lnx)$$

$$= -2x + 1 - \frac{1}{2}xlnx = g'(x)$$

$$\boldsymbol{donc\ g'(x) = xf\left(\frac{1}{x}\right)}$$

2.

a.

$0 < x \leq \frac{1}{\alpha}$ — *la fonction inverse est décroissante sur* $]0\,;\,+\infty[$

$\frac{1}{x} \geq \alpha$ — *la fonction f est croissante sur* $]0\,;\,+\infty[$

$f\left(\frac{1}{x}\right) \geq f(\alpha)$

$\boldsymbol{f\left(\frac{1}{x}\right) \geq 0}$

b. $g'(x) = xf\left(\frac{1}{x}\right)$

<u>Tableau de signe de la dérivée :</u>

x	0		$\frac{1}{\alpha}$		1
x			$+$		
$f\left(\frac{1}{x}\right)$	‖	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

<u>Tableau de variations</u>

x	0		$\frac{1}{\alpha}$		1
$g'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
g	‖	↗		↘	

Partie C : calcul d'aire

1.

a. $g(x) - y = -\frac{7}{8}x^2 + x - \frac{1}{4}x^2 lnx - \left(-\frac{7}{8}x^2 + x\right) = -\frac{1}{4}x^2 lnx$

Commenté [KG34]: Pour étudier la position relative de deux courbes on étudie le signe de la différence entre les fonctions.

Tableau de signe de $g(x) - y$

$$Pour\ x = 1 \quad g(x) - y = -\frac{1}{4} \times 1^2 ln1 = 0$$

x	$\frac{1}{\alpha}$ $\qquad\qquad$ 1
$-\frac{1}{4}x^2$	$-$
lnx	$-$
$-\frac{1}{4}x^2 lnx$	$+$ $\qquad$ 0

Tableau de position relative :

Commenté [KG35]: $g(x) - y > 0$
$g(x) > y$
$\mathcal{C}_g$ $au\ dessus\ de\ \mathcal{D}$

x	$\frac{1}{\alpha}$ $\qquad\qquad$ 1
$g(x) - y$	$+$ $\qquad$ 0
Position relative de$\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{P}$	$\mathcal{C}_g$ $est\ au\ dessus\ de\ \ \mathcal{P}$

$\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{P}$ admettent un point d'intersection en 1 d'ordonnée $\frac{1}{8}$

b. On réalise une intégration par parties :

$$\int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} x^2 lnxdx$$

$$\begin{cases} u(x) = \ln(x) & u'(x) = \dfrac{1}{x} \\ v'(x) = x^2 & v(x) = \dfrac{1}{3}x^3 \end{cases}$$

$$\int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} x^2 lnxdx = \left[\frac{1}{3}x^3 lnx\right]_{\frac{1}{\alpha}}^{1} - \int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} \frac{1}{x} \times \frac{1}{3}x^3 dx = \left[\frac{1}{3}x^3 lnx\right]_{\frac{1}{\alpha}}^{1} - \int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} \frac{1}{3}x^2 dx$$

$$\int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} x^2 lnxdx = \left[\frac{1}{3}x^3 lnx - \frac{1}{9}x^3\right]_{\frac{1}{\alpha}}^{1}$$

Commenté [KG36]: Je place dans le crochet la primitive de $\frac{1}{3}x^2$

$$= \left(-\frac{1}{9}\right) - \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{\alpha^3} ln\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{9} \times \frac{1}{\alpha^3}\right)$$

Commenté [KG37]: $ln1 = 0 \; et \; 1^3 = 1$

$$= -\frac{1}{9} + \frac{1}{3\alpha^3} ln\alpha + \frac{1}{9\alpha^3}$$

$$= \frac{-\alpha^3 + 3ln\alpha + 1}{9\alpha^3} = \frac{-\alpha^3 + 6(2-\alpha) + 1}{9\alpha^3}$$

$$= \frac{-\alpha^3 + 12 - 6\alpha + 1}{9\alpha^3} = \frac{-\alpha^3 - 6\alpha + 13}{9\alpha^3}$$

$$\boldsymbol{\int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} x^2 lnxdx = \frac{-\alpha^3 - 6\alpha + 13}{9\alpha^3}}$$

2.

$$\mathcal{A} = \int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} g(x) - ydx$$

$$= \int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} -\frac{1}{4}x^2 lnxdx = -\frac{1}{4}\int_{\frac{1}{\alpha}}^{1} x^2 lnxdx = -\frac{1}{4} \times \frac{-\alpha^3 - 6\alpha + 13}{9\alpha^3}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{A} = \frac{\alpha^3 + 6\alpha - 13}{36\alpha^3} \; unités \; d'aire}$$